

EXERCICES

UNITÉ 6 : LES CERCLES

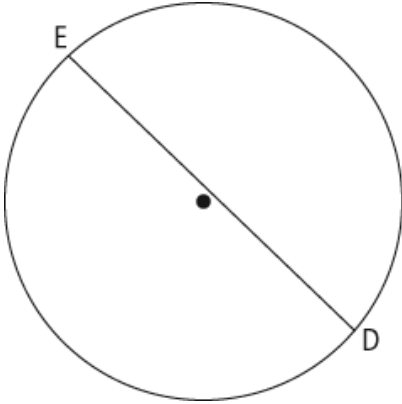
Mathématiques 9^e

NOM : _____

PARTIE 1 : Les angles dans un cercle

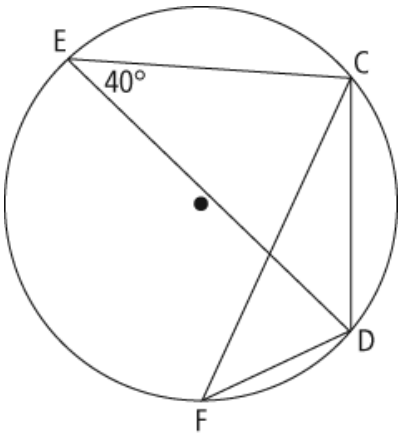
Courtes réponses

1. Dans ce cercle, le segment de droite DE est un exemple de



Corde

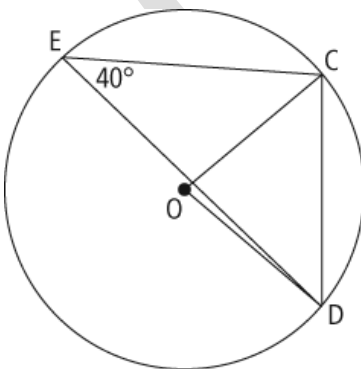
2. Quelle est la mesure de $\angle CFD$?



40°

Deux angles inscrits sous-tendus par la même arc ont les mêmes mesures.

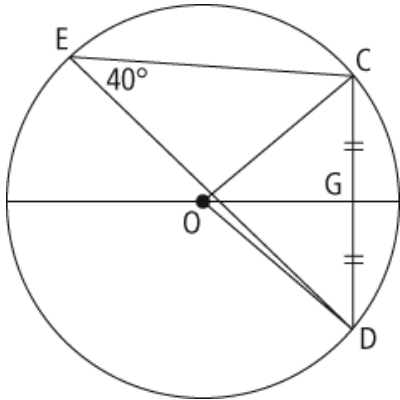
3. Quelle est la mesure de $\angle COD$?



80°

Un angle inscrit est la moitié de l'angle au centre sous-tendu par le même arc.

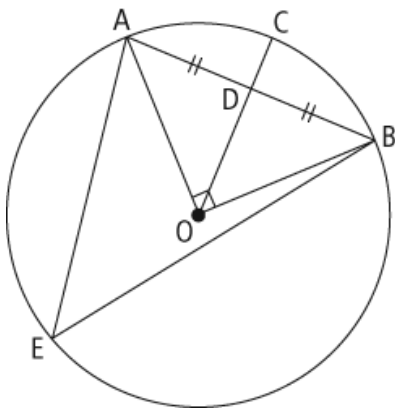
4. Quelle est la mesure de $\angle OCD$?



Puisque $m\angle COD = 80^\circ$ (voir #4), $\triangle OCD$ est un triangle isocèle.

Donc, $(180 - 80) \div 2 = 50^\circ$

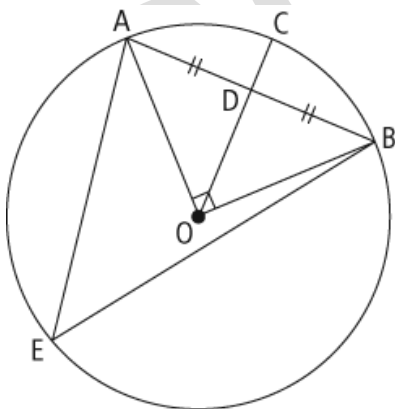
5. Quelle est la mesure de $\angle OAB$?



$\triangle AOB$ est un triangle isocèle (deux des côtés sont des rayons).

Donc, $(180 - 90) \div 2 = 45^\circ$

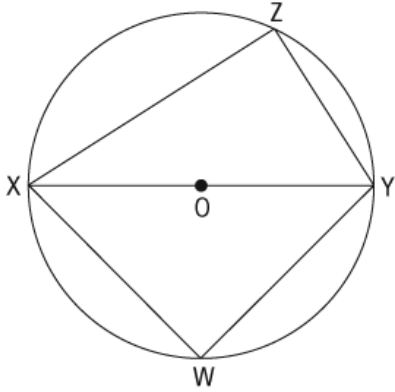
6. Quelle est la mesure de $\angle AEB$?



45°

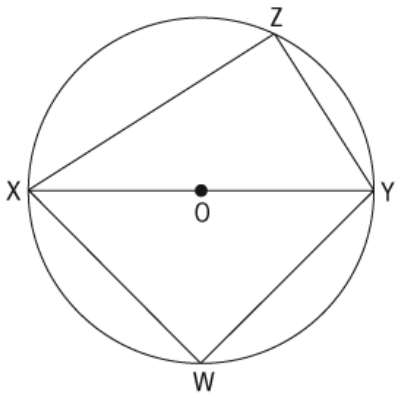
Un angle inscrit est la moitié de l'angle au centre sous-tendu par le même arc.

7. Dans ce cercle, $\angle XZY$ est un



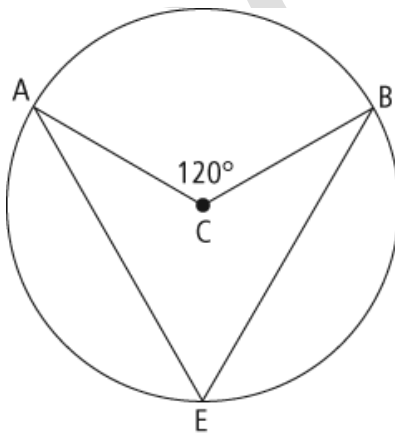
Un angle inscrit
(sous-tendu par le diamètre)

8. Dans ce cercle, $\angle XWY$ est



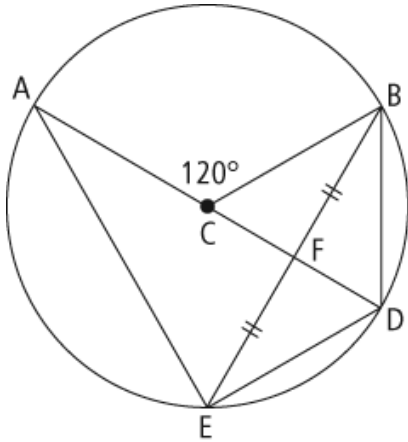
Un angle inscrit
(sous-tendu par le diamètre)

9. Quelle est la mesure de $\angle AEB$?



60°
Un angle inscrit est la moitié de l'angle au centre sous-tendu par le même arc.

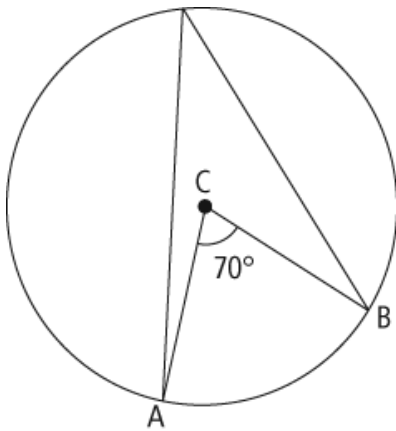
10. Quelle est la mesure de $\angle ADB$?



60°

Un angle inscrit est la moitié de l'angle au centre sous-tendu par le même arc.

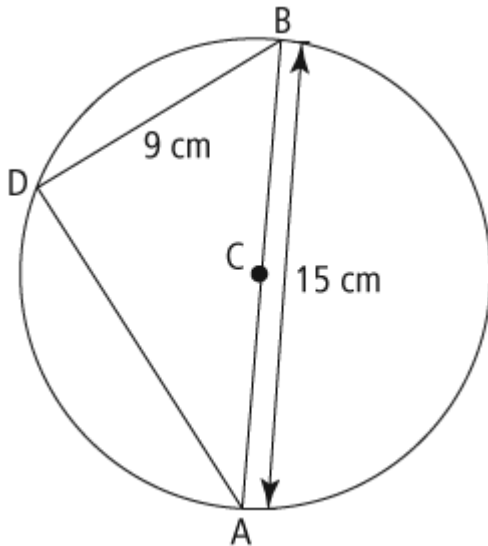
11. Cette figure montre le schéma d'un cercle. $\angle ACB$ est un angle au centre. L'angle dont le sommet n'est pas identifié est un angle inscrit sous-tendu par l'arc AB. Quelle est la mesure de l'angle inscrit? Explique ton raisonnement.



35°

Un angle inscrit est la moitié de l'angle au centre sous-tendu par le même arc.

12. Le point C est le centre du cercle.
 a) Quelle est la mesure de $\angle ADB$? Explique ton raisonnement.
 b) Quelle est la longueur de la corde AD? Justifie ta réponse.



Un angle inscrit sous-tendu par le diamètre a une mesure de 90° ($\angle BDA$).

On peut utiliser le théorème de Pythagore puisque c'est un triangle rectangle.

$$15^2 - 9^2 = AD^2$$

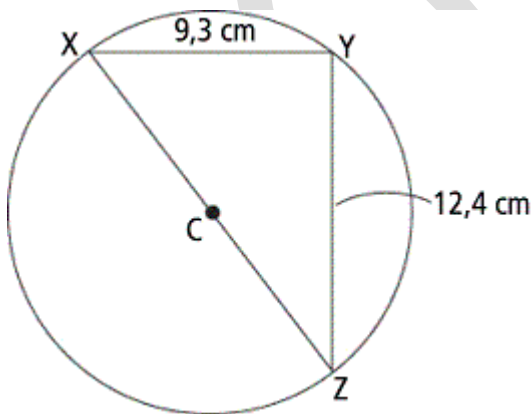
$$144 = AD^2$$

$$AD = 12 \text{ cm}$$

Problèmes

Montre tout ton travail.

13. On trace deux cordes dans le cercle de centre C. La corde XY mesure 9,3 cm et la corde YZ mesure 12,4 cm. Quand on joint X et Z par un segment de droite, ce segment de droite passe par le centre du cercle. Quel est le diamètre du cercle? Trace un schéma du cercle et indique les points et les segments. Justifie tes calculs.



Un angle inscrit sous-tendu par le diamètre a une mesure de 90° ($\angle XYZ$).

On peut utiliser le théorème de Pythagore puisque c'est un triangle rectangle.

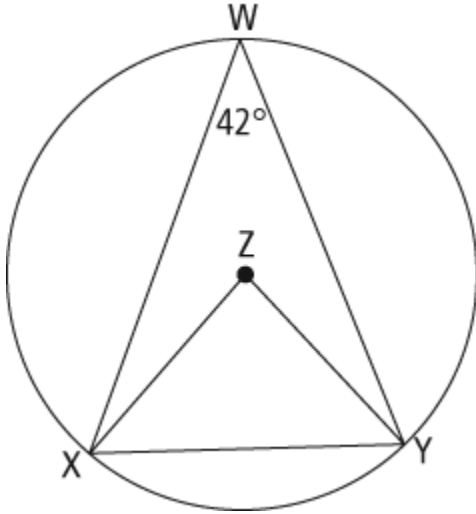
$$9,3^2 + 12,4^2 = XZ^2$$

$$240,25 = XZ^2$$

$$XZ = 15,5 \text{ cm}$$

14. Le cercle de centre Z a une corde XY, sous-tendue par l'angle inscrit $\angle XWY$ et l'angle au centre $\angle XZY$. L'angle inscrit mesure 42° .

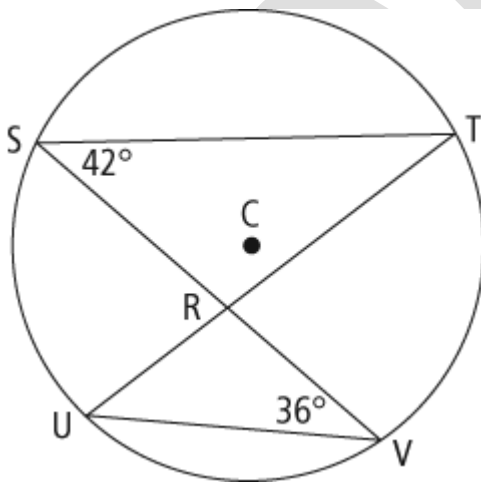
- a) Quelle est la mesure de $\angle XZY$?
- b) Quelle est la mesure de $\angle XYZ$?



- a) 84° : un angle au centre est le double de l'angle inscrit sous-tendus par le même arc.
- b) ΔXYZ est un triangle isocèle (deux des côtés sont des rayons) Donc, $(180 - 84)/2 = 48^\circ$

15. Ce cercle de centre C a deux angles inscrits qui mesurent respectivement 42° et 36° .

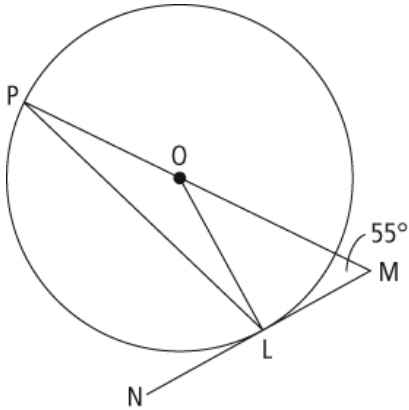
- a) Quelle est la mesure de $\angle STU$?
 - b) Quelle est la mesure de $\angle TUV$?
 - c) Quelle est la mesure de $\angle SRT$?
- Explique ton raisonnement.



- a) 36° : Les angles inscrits sous-tendus par le même arc ont la même mesure.
- b) 42° : Les angles inscrits sous-tendus par le même arc ont la même mesure.
- c) La somme des angles d'un triangle est 180° .
Donc, $180 - (42 + 36) = 102^\circ$.

PARTIE 2 : Les tangentes à un cercle
Courtes réponses

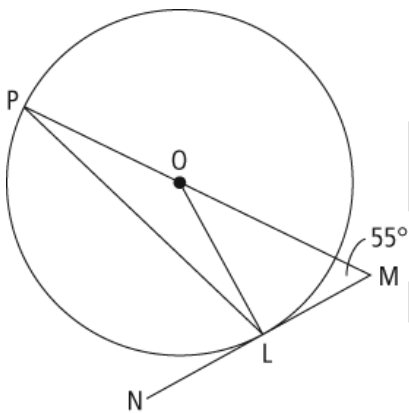
1. Quelle est la mesure de $\angle MLO$ sachant que le segment de droite MN est tangent au cercle au point L?



90°

Une droite qui est tangente à un cercle en un point est perpendiculaire au rayon.

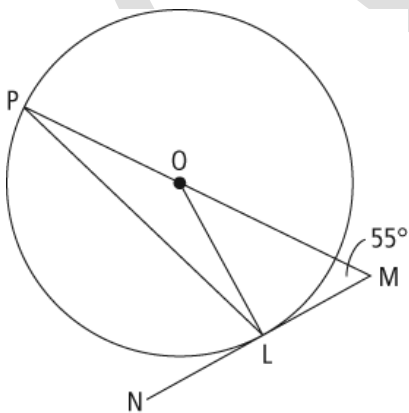
2. Quelle est la mesure de $\angle LOM$ sachant que le segment de droite MN est tangent au cercle au point L?



$\angle MLO = 90^\circ$ voir #1

La somme des angles d'un triangle est 180° . Donc, $180 - (90 + 55) = 35^\circ$.

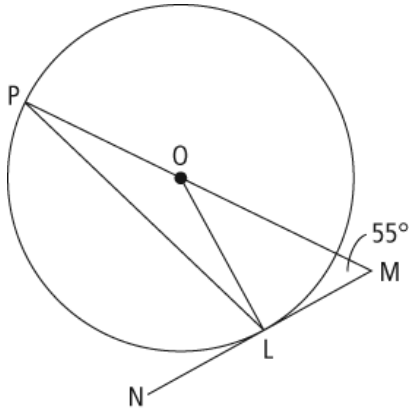
3. Quelle est la mesure de $\angle LOP$ sachant que le segment de droite MN est tangent au cercle au point L?



$\angle LOM = 35^\circ$ voir #2

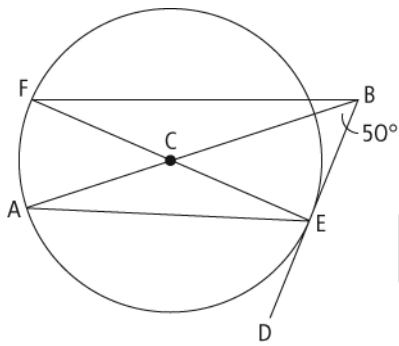
Donc, $180 - 35 = 145^\circ$.

4. **Quelle est** la mesure de $\angle LPO$ sachant que le segment **de droite** MN est tangent au cercle au point L?



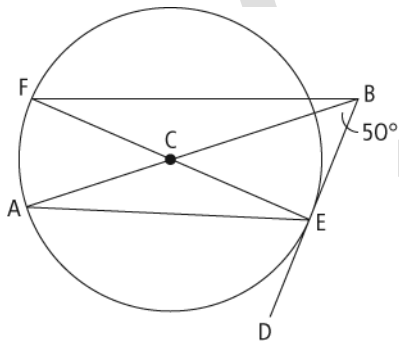
$\angle LOP = 145^\circ$ voir #3
 $\triangle LOP$ est un triangle isocèle pcq deux
des côtés sont des rayons.
Donc, $(180 - 145)/2 = 17,5$.

5. **Quelle est** la mesure de $\angle BEF$ sachant que le segment **de droite** DB est tangent au cercle au point E?



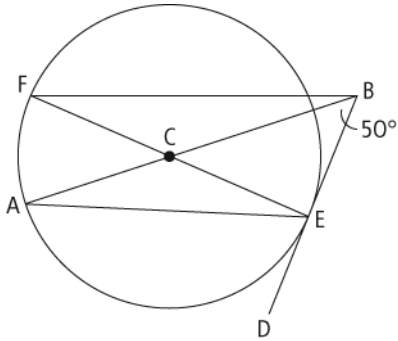
90° Une droite qui est tangente à un
cercle en un point est perpendiculaire
au rayon.

6. **Quelle est** la mesure de $\angle ACE$ sachant que le segment **de droite** DB est tangent au cercle au point E?



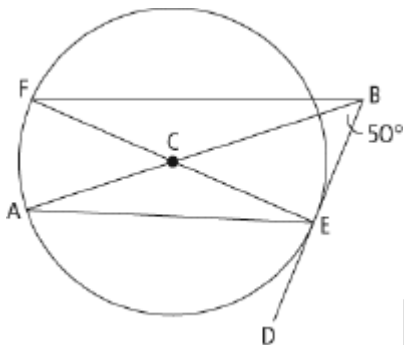
$\angle BEF = 90^\circ$ voir # 5
 $\angle BCE = 180 - (90 + 50) = 40^\circ$ (somme
des angles d'un triangle)
 $180 - 40 = 140^\circ$

7. Quelle est la mesure de $\angle BAE$ sachant que le segment **de droite** DB est tangent au cercle au point E?



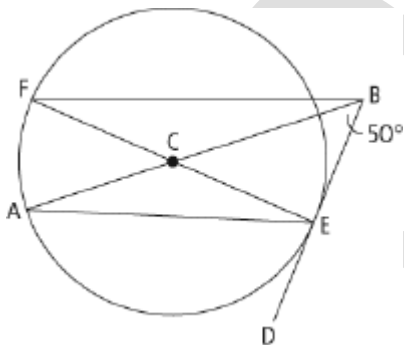
$\angle BCE = 180 - (90 + 50) = 40^\circ$ (somme des angles d'un triangle)
 $\angle BAE = 20^\circ$ La mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure d'un angle au centre sous-tendu par le même arc.

8. Quelle est la mesure de $\angle AEF$ sachant que le segment **de droite** DB est tangent au cercle au point E?



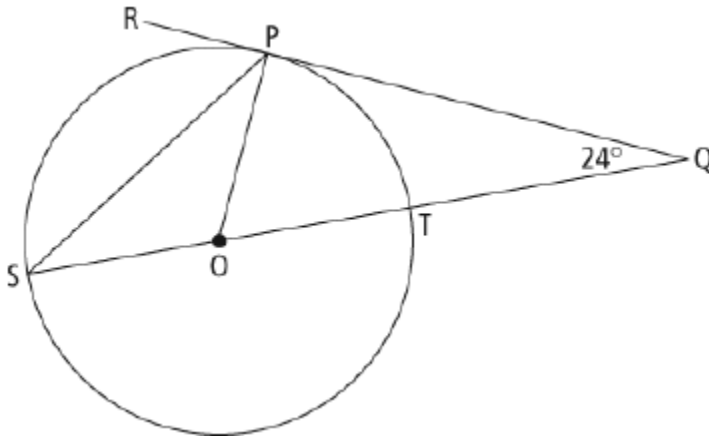
$\angle ACE = 140^\circ$ voir # 6
 $\triangle ACE$ est un triangle isocèle pcq 2 côtés sont des rayons
 $(180 - 140)/2 = 20^\circ$

9. Quelle est la mesure de $\angle AED$ sachant que le segment **de droite** DB est tangent au cercle au point E?



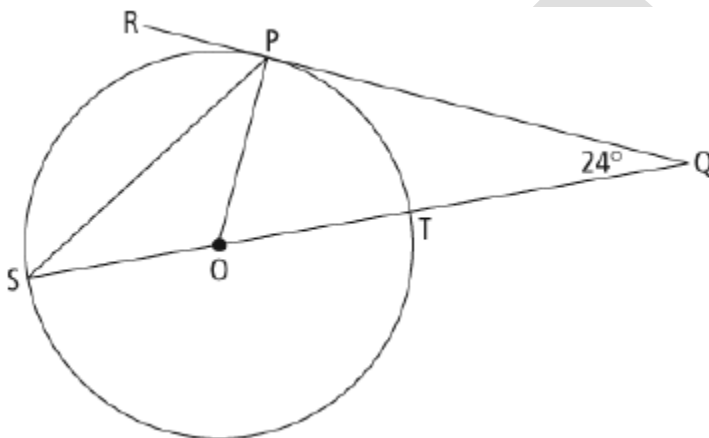
$\angle CED = 90^\circ$ (Une droite qui est tangente à un cercle en un point est perpendiculaire au rayon.)
 $\angle AEF = 20^\circ$ voir #8
 Donc, $90 - 20 = 70^\circ$

10. Dans cette figure, le segment **de droite** QR est tangent au cercle au point P. Quelle est la mesure de $\angle POQ$?



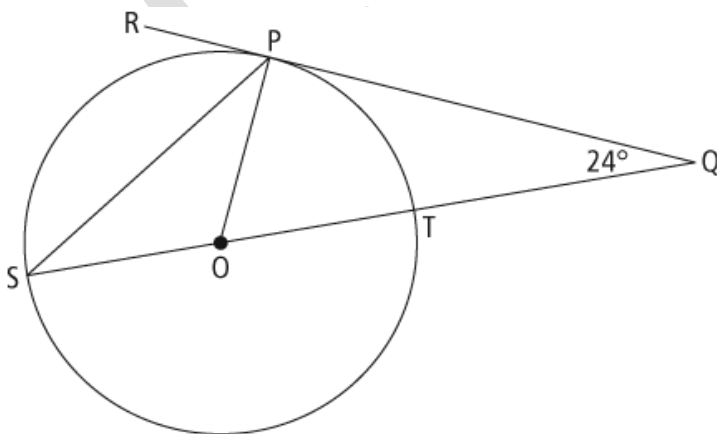
$\angle OQP = 90^\circ$ (Une droite qui est tangente à un cercle en un point est perpendiculaire au rayon.)
 $\angle POQ = 180 - (90 + 24) = 66^\circ$ (somme des angles d'un triangle)

11. Dans cette figure, le segment **de droite** QR est tangent au cercle au point P. Quelle est la mesure de $\angle PSQ$?



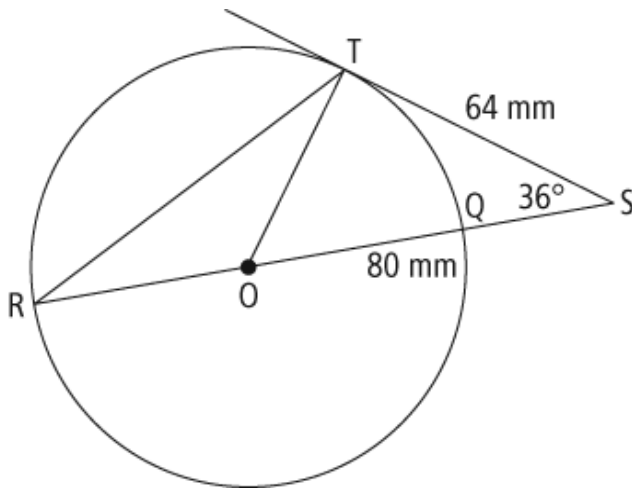
$\angle POQ = 66^\circ$ voir # 10
 $66/2 = 33^\circ$ La mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure d'un angle au centre sous-tendu par le même arc.

12. Dans cette figure, le segment **de droite** QR est tangent au cercle au point P. Quelle est la mesure de $\angle RPS$?



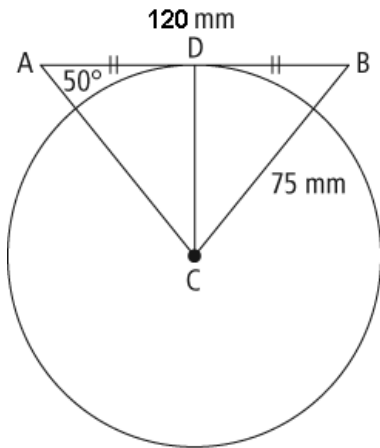
$\angle POQ = 66^\circ$ voir # 10
 $\angle POQ = 180 - 66 = 114^\circ$
 $\triangle POS$ est un triangle isocèle pcq deux côtés sont des rayons.
 $\angle OPS = (180 - 114)/2 = 33^\circ$
 $\angle OPR = 90^\circ$ Une droite qui est tangente à un cercle en un point est perpendiculaire au rayon.
 Donc, $\angle RPS = 90 - 33 = 57^\circ$

13. Dans cette figure, le segment de droite ST est tangent au cercle au point T. Quelle est la mesure de $\angle TRS$?



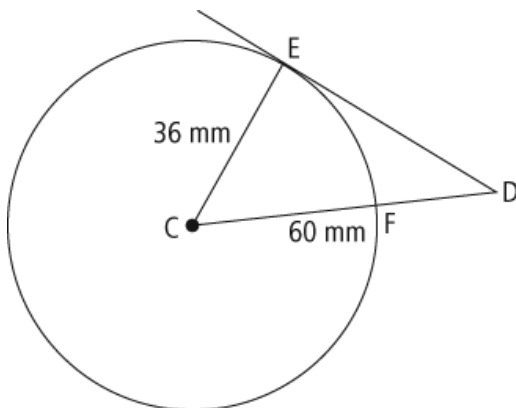
$\angle OTS = 90^\circ$ (Une droite qui est tangente à un cercle en un point est perpendiculaire au rayon.)
 $\angle TOS = 180 - (90 + 36) = 54^\circ$ (somme des angles d'un triangle)
 $\angle TRS = 54/2 = 27^\circ$ (La mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure d'un angle au centre sous-tendu par le même arc.)

14. Dans cette figure, le segment de droite AB est tangent au cercle au point D. Quelle est la mesure du diamètre du cercle?



$\angle BDC = 90^\circ$ (Une droite qui est tangente à un cercle en un point est perpendiculaire au rayon.)
 $\triangle BDC$ est un triangle rectangle donc on peut utiliser le théorème de Pythagore pour trouver le rayon CD.
 $75^2 - 60^2 = DC^2$
 $DC = 45$
 $45 \times 2 = 90 \text{ mm}$ (Le diamètre est le double du rayon.)

15. Le segment de droite CD mesure 60 mm. Le point C est le centre d'un cercle de rayon égal à 36 mm. Du point D, on trace une tangente au cercle. Le point de tangence est E. Quelle est la longueur de la tangente DE?

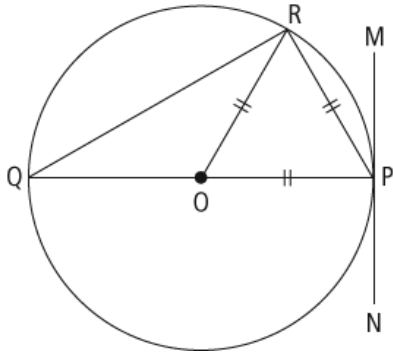


$\angle CED = 90^\circ$ (Une droite qui est tangente à un cercle en un point est perpendiculaire au rayon.)
 $\triangle CED$ est un triangle rectangle donc on peut utiliser le théorème de Pythagore pour trouver le rayon CD.
 $60^2 - 36^2 = DE^2$
 $DE = 48 \text{ mm}$

Problèmes

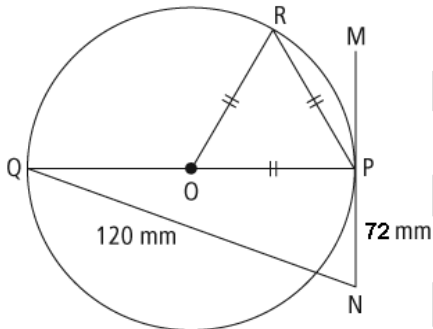
Montre tout ton travail.

16. Dans ce cercle, le segment de droite MN est tangent au cercle au point P. Détermine la mesure de $\angle NPQ$, de $\angle POR$, de $\angle QOR$, et de $\angle PQR$. Explique tes calculs.



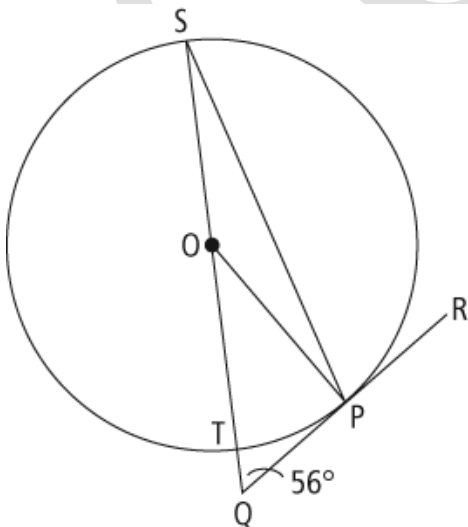
$m\angle NPQ = 90^\circ$ (prop. # 4)
 $m\angle POR = 60^\circ$ ($\triangle OPR$ est un triangle équilatéral donc $180/3 = 60^\circ$)
 $m\angle QOR = 120^\circ$ ($180 - 60 = 120^\circ$)
 $m\angle PQR = 30^\circ$ (prop. # 2)

17. Dans ce cercle, le segment de droite MN est tangent au cercle au point P. Quelle est la longueur de la corde PR? Décris tes calculs et arrondis ta réponse au millimètre près.



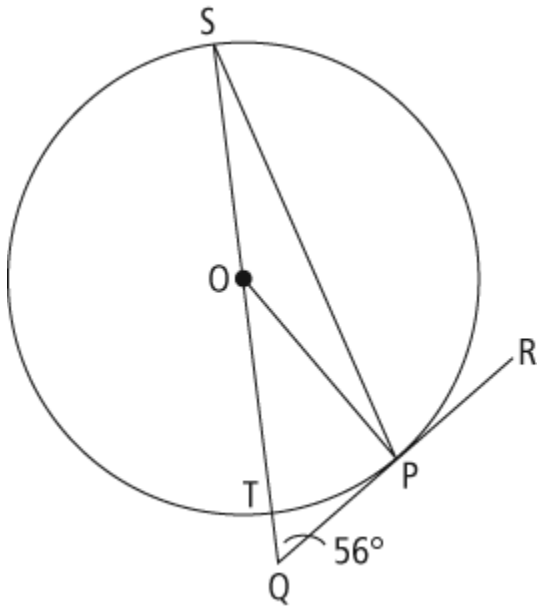
$m\angle NPQ = 90^\circ$ voir # 16
 $\triangle NPQ$ est un triangle rectangle donc on peut utiliser le théorème de Pythagore
 $120^2 - 72^2 = QP^2$
 $QP = 96$
 OP (rayon) est la moitié de QP (diamètre) donc $96/2 = 48$ mm

18. Dans cette figure, le segment de droite QR est tangent au cercle au point P. Quelle est la mesure de $\angle OPS$?



$m\angle OPQ = 90^\circ$ (prop. # 4)
 $m\angle OPT = 34^\circ$ (la somme des angles d'un triangle $180 - (90 + 56) = 34$)
 $m\angle POS = 146^\circ$ ($180 - 34$)
 $\triangle POS$ est un triangle isocèle donc $(180 - 146)/2 = 17$

19. Dans cette figure, le segment de droite QP est tangent au cercle au point P, et mesure 21 cm. Le segment de droite OQ qui joint le centre O du cercle à l'extrémité Q de la tangente mesure 35 cm. Quelle est la longueur du diamètre du cercle?

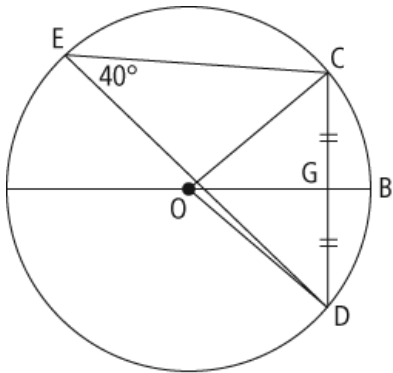


$m\angle OPQ = 90^\circ$ (prop. # 4)
 $\triangle OPQ$ est un triangle rectangle donc on utilise le théorème de Pythagore pour trouver la longueur du segment OQ (rayon). $35^2 - 21^2 = OP^2$
 $OP = 28$ cm
 $28 \times 2 = \mathbf{56}$ cm (le rayon est la moitié du diamètre)

PARTIE 3 : Les propriétés des cordes : le médiatrice

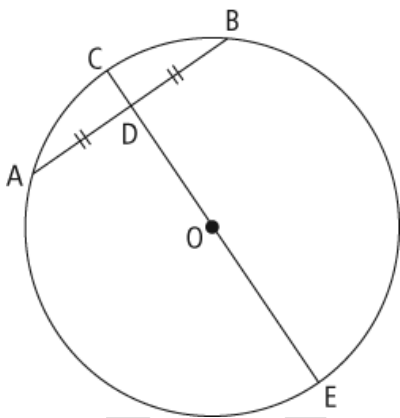
Courtes réponses

1. Quelle est la mesure de $\angle BGD$?



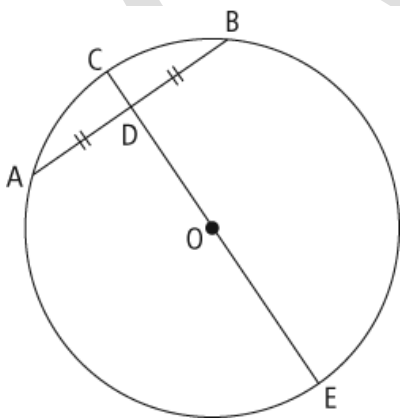
$m\angle BGD = 90^\circ$ (prop. # 5)
 Si une droite divise une corde en deux parties égales et passe par le centre du cercle, alors cette droite est perpendiculaire à la corde.

2. Dans ce cercle, le segment de droite CE est



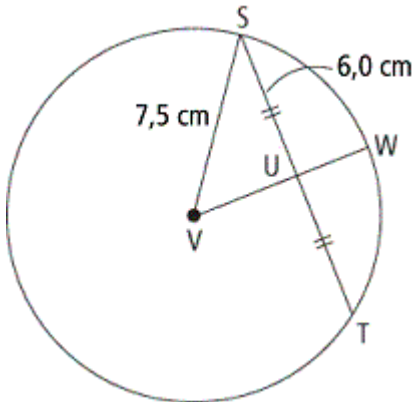
diamètre

3. Dans ce cercle, $\angle ADE$ est un



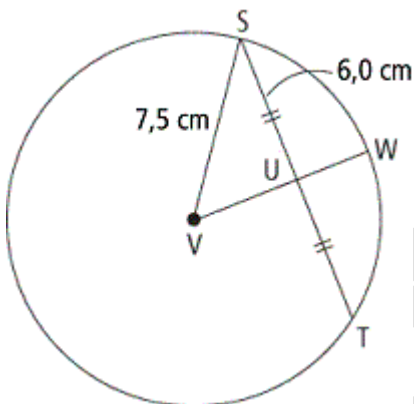
Angle droit

4. Dans ce cercle, la mesure de $\angle SUV$ est de



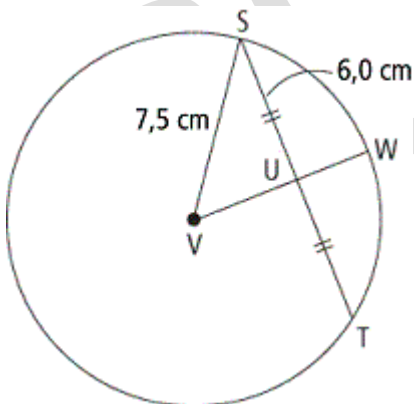
$m\angle SUV = 90^\circ$ (prop. # 5)
 Si une droite divise une corde en deux parties égales et passe par le centre du cercle, alors cette droite est perpendiculaire à la corde.

5. Quelle est la mesure du segment de droite UV dans ce cercle?



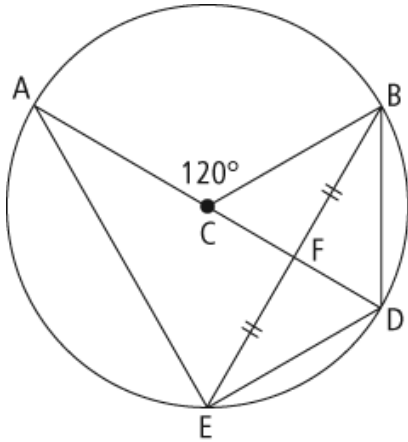
$m\angle BGD = 90^\circ$ (prop. # 5)
 Si une droite divise une corde en deux parties égales et passe par le centre du cercle, alors cette droite est perpendiculaire à la corde.
 $\triangle SUV$ est un triangle rectangle donc on peut utiliser le théorème de Pythagore.
 $7,5^2 - 6^2 = UV^2$
 $UV = 4,5 \text{ cm}$

6. Quelle est la mesure du segment de droite TU dans ce cercle?



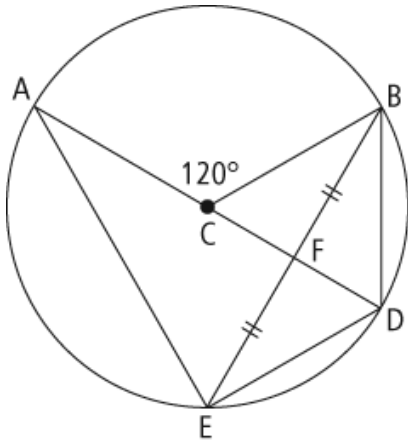
$TU = SU$
 Donc $TU = 6 \text{ cm}$

7. Quelle est la mesure de $\angle AFB$?



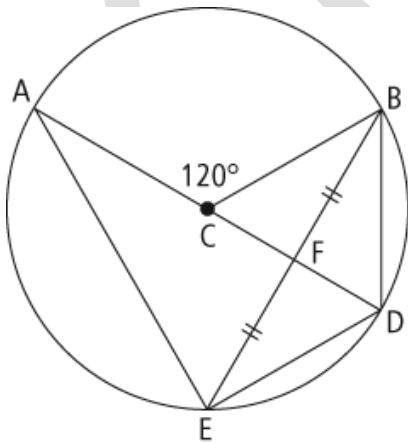
$m\angle AFB = 90^\circ$ (prop. # 5)
 Si une droite divise une corde en deux parties égales et passe par le centre du cercle, alors cette droite est perpendiculaire à la corde.

8. Quelle est la mesure de $\angle BCD$?



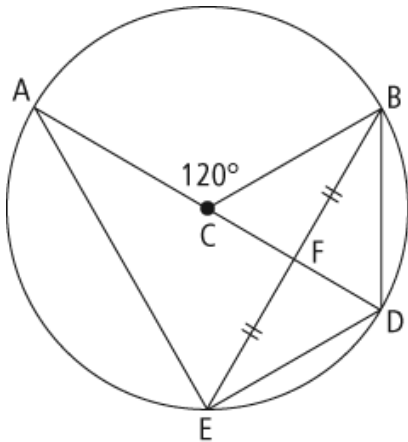
$$180 - 120 = 60^\circ$$

9. Quelle est la mesure de $\angle CBF$?



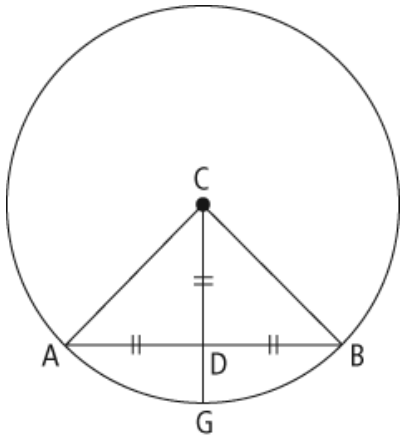
$m\angle BFC = 90^\circ$ (prop. # 5)
 $m\angle BCD = 60^\circ$ (voir # 8)
 $m\angle CBF$ est $180 - 90 - 60 = 30^\circ$ (La somme des angles d'un triangle est de 180° .)

10. Quelle est la mesure de $\angle AED$?



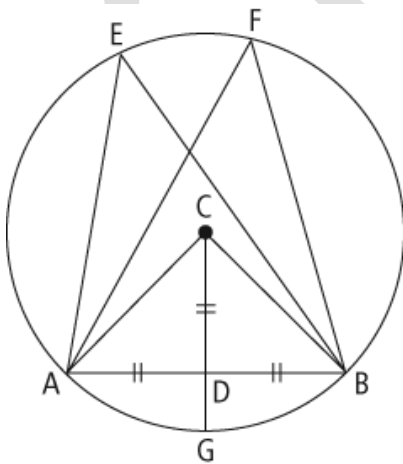
$m\angle AED = 90^\circ$ (prop. # 3)
Un angle inscrit sous tendu par le diamètre a une mesure de 90° .

11. Quelle est la mesure de $\angle ADC$?



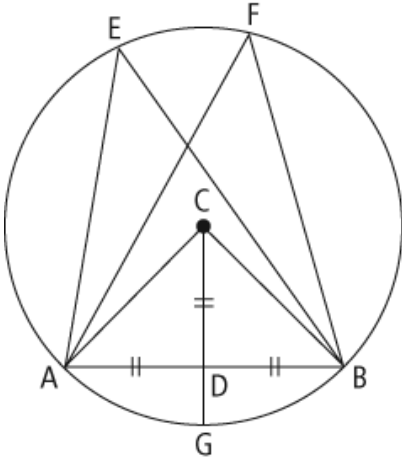
$m\angle ADC = 90^\circ$ (prop. # 5)
Si une droite divise une corde en deux parties égales et passe par le centre du cercle, alors cette droite est perpendiculaire à la corde.

12. Quelle est la mesure de $\angle ACD$?



$m\angle ADC = 90^\circ$ (prop. # 5)
Si une droite divise une corde en deux parties égales et passe par le centre du cercle, alors cette droite est perpendiculaire à la corde.
 $\triangle ADC$ est un triangle rectangle et un triangle isocèle. Aussi, la somme des angles d'un triangle est de 180.
Donc, $\angle ACD$ est $(180 - 90)/2 = 45^\circ$.

13. Quelle est la mesure de $\angle CAD$?



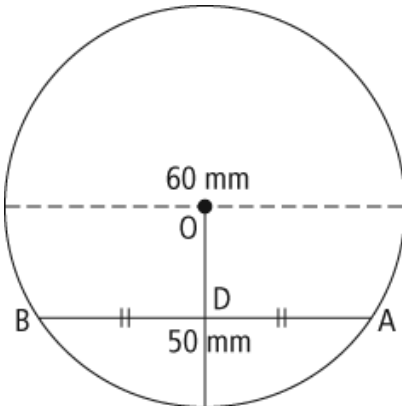
$m\angle ADC = 90^\circ$ (prop. # 5)

Si une droite divise une corde en deux parties égales et passe par le centre du cercle, alors cette droite est perpendiculaire à la corde.

$\triangle ADC$ est un triangle rectangle et un triangle isocèle. Aussi, la somme des angles d'un triangle est de 180.

Donc, $\angle CAD$ est $(180 - 90)/2 = 45^\circ$.

14. Un cercle de centre O a un diamètre de 60 mm. La corde AB, qui mesure 50 mm, est coupée en son milieu au point D. Quelle est la distance entre le point O et le point D? Montre ton raisonnement en complétant le schéma. Arrondis ta réponse au millimètre près.



Commence par tracer un rayon OB.

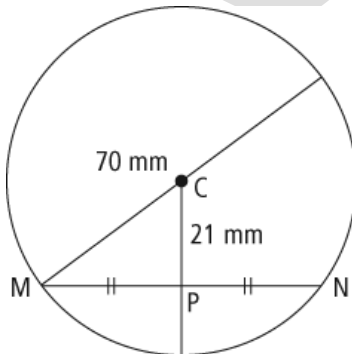
$m\angle BDO = 90^\circ$ (prop. # 5)

$\triangle BDO$ est un triangle rectangle. Donc, on utilise le théorème de Pythagore.

$$30^2 - 25^2 = OD^2$$

$$OD = 17 \text{ mm}$$

15. Un cercle de centre C a un diamètre de 70 mm. On trace une corde MN dans le cercle. Le centre de la corde, P, est à 21 mm du centre C du cercle. Quelle est la longueur de la corde? Arrondis ta réponse au millimètre près.



$m\angle CPM = 90^\circ$ (prop. # 5)

$\triangle CPM$ est un triangle rectangle. Donc, on utilise le théorème de Pythagore.

$$35^2 - 21^2 = MP^2$$

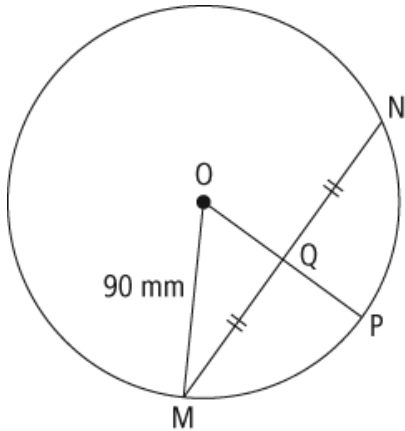
$$MP = 28 \text{ mm}$$

$$MN = 28 \times 2 = 56 \text{ mm}$$

Problèmes

Montre tout ton travail.

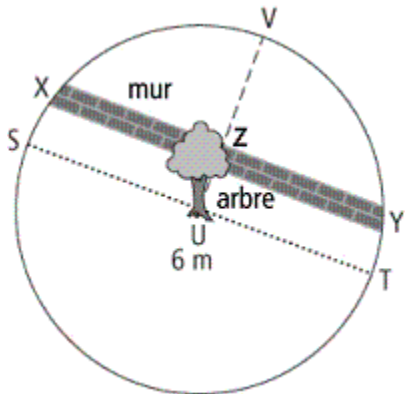
16. Le rayon d'un cercle est de 90 mm. Il coupe une corde en son milieu, à 46 mm de la circonférence du cercle. Quelle est la longueur de la corde, arrondie au centième près? Décris ton raisonnement.



$QP = 46 \text{ mm}$
 $QO = 90 \text{ (rayon)} - 46 = 44 \text{ mm}$
 $m\angle MQO = 90^\circ$ (prop. # 5)
 ΔMQO est un triangle rectangle. Donc,
on utilise le théorème de Pythagore.
 $90^2 - 44^2 = MQ^2$
 $MQ = 78,51 \text{ mm}$
 $MN = 78,51 \times 2 = 157,02 \text{ mm}$

Question défi

17. Un jardin circulaire a un diamètre de 6 m. Un arbre est planté en son centre. David veut construire un mur dans le jardin. Il veut le construire de telle sorte que la distance entre la frontière du jardin et le centre du mur soit égale aux $\frac{3}{5}$ de la distance entre la frontière du jardin et le centre du jardin. Détermine la longueur du mur, arrondie au dixième près, si le mur traverse le jardin d'un côté à l'autre et que ses extrémités sont sur la frontière du jardin.



VZ est $\frac{3}{5}$ du rayon
Donc, $VZ = \frac{3}{5}$ de 3 est 1,8 m
 UZ est $3 - 1,8 = 1,2 \text{ m}$
Trace un rayon à UY
 $m\angle YUZ = 90^\circ$ (prop. # 5)
 ΔYUZ est un triangle rectangle. Donc,
on utilise le théorème de Pythagore.
 $3^2 - 1,2^2 = ZY^2$
 $ZY = 7,56 \text{ m}$
 $XY = 7,56 \times 2 = 15,12 \text{ m}$